対して $Adj(v, G_1) = \{v_0, v_1, ..., v_{j-1}\}$ とし $A_i(v) = Adj(v, G_i), i = 0, 1$ とおく．このとき $A_\phi(v) = \phi(A_1(v)), \overline{A}_\phi(v) = \phi^{-1}(A_0(\phi(v)))$ と定める．

頂点 $v_0, v_1, ..., v_{k-1}$ が $(v_{i-1}, v_i) \in E(G), 1 \leqq i \leqq k-1$ を満たすとき，$< v_0, v_1, ..., v_{k-1} >$ を v_0 から v_{k-1} へのパスという．このとき $k-1$ をパスの長さという．また，辺列 $< (v_0, v_1), (v_1, v_2), ..., (v_{k-2}, v_{k-1}) >$ を v_0 から v_{k-1} へのルートと呼び，$k-1$ をルートの長さという．

頂点 $v \in V(G), h = deg(v, G)$ に対して $Adj(v, G) = \{v_0, ..., v_{h-1}\}$ とおくとき，$\delta(v, G) = \{deg(v_0, G), ..., deg(v_{h-1}, G)\}$ と定める．ただし，$\delta(v, G)$ は多重集合である．$\delta(v, G)$ を表記するとき，わかりやすくするため

$h : deg(v_0, G), ..., deg(v_{h-1}, G)$

と表記することもある．ただし，$h = deg(v, G), v_i \in Adj(v, G), 0 \leqq i \leqq h-1$ である．

グラフ G の全ての頂点 $v_j \in V(G), 0 \leqq j \leqq n-1$ に対して，$\{\delta(v_0, G), ..., \delta(v_{n-1}, G)\}$ を $\Delta(G)$ と表記して隣接次数表と呼ぶ．ただし，$\Delta(G)$ も多重集合である．

2 つのグラフ G_0 と G_1 が $\Delta(G_0) = \Delta(G_1)$ を満たすとき，δ 同値であるとよぶ．

グラフ G の頂点 u から v への最短経路とは，u から G の辺をたどって頂点 v に到達するパスのうちもっとも短いパスの長さのことである．頂点 $u, v \in V(G)$ に対して u から v への最短経路の長さを $sp(u, v, G)$ とする．ただし，u から v へのパスが存在しないとき $sp(u, v, G) = n$ とし u と v が等しいときは $sp(u, v, G) = 0$ とする．

グラフ G の頂点 v から v へのルートで，辺が重複しないものをサイクルと呼ぶ．このときルートの長さをサイクルの長さと呼ぶ．グラフ G において，サイクルの長さがもっとも短いものを最小サイクルと呼ぶ．グラフ G に対して，辺 $e = (u, v)$ を含む最小サイクルの長さを $mc(e, G)$ とおく．ただし，辺 e を含む最小サイクルが存在しないとき $mc(e, G) = n + 1$ とする．

$\rho(G) = \{mc(e_0, G), ..., mc(e_{m-1}, G)\}$ を最小サイクル表とよぶ．$\rho(G)$ も多重集合である．グラフ G に対して，次の 4 つの条件を満たす k 個のグラフ $G_0, ..., G_{k-1}, 1 \leqq k$ をグラフ G の連結成分と呼ぶ．ただし，$G_i = (V_i, E_i), 0 \leqq i \leqq k-1, \bigcup E_i = E(G)$

①$V(G) = V_0 \cup ... \cup V_{k-1}$

②G_i は連結グラフ．

③$i \neq j$ に対して $V_i \cap V_j = \phi$.

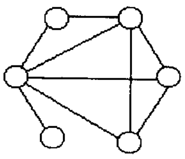

図 1　Λ グラフの例
Fig.1　An example of a Λ graph

④$v_i \in V_i$ および $v_j \in V_j (i \neq j)$ に対して $(v_i, v_j) \notin E(G)$.

グラフ G の連結部分グラフ $G_i = (V_i, E_i)(0 \leqq i \leqq k-1)$ に対してその補グラフを $\overline{G_i} = (V_i, E'_i)$ とおく．$\hat{G} = (V(G), \cup E'_i)$ をグラフ G の連結補グラフと呼ぶ．

本論文では以下，グラフ G に対して，$\rho(\hat{G})$ を $\hat{\rho}(G)$ と書くことにする．$\rho(G_0) = \rho(G_1)$ かつ $\hat{\rho}(G_0) = \hat{\rho}(G_1)$ のとき G_0 と G_1 は ρ 同値であるという．

グラフ G と $0 \leqq i, j \leqq n-1$ に対して，$\Lambda(i, j, G)$ を次のように定める．$\Lambda(i, j, G) = |\{v | i = deg(v, G), j \in \delta(v, G), v \in V(G)\}|$

ただし $i \times j = 0$ の場合は $\Lambda(i, j, G) = 0$ である．

次の条件 P(G) を満たすグラフを Λ グラフと呼ぶ．

条件 P (G):　$1 \leqq i, j \leqq n-1$ である任意の i, j に対して

1)$i \neq j$ ならば $\Lambda(i, j, G) \leqq 1$ または $\Lambda(j, i, G) \leqq 1$ である．

2)$i = j$ ならば $\Lambda(i, i, G) \leqq 3$ である．

3.　Λ グラフの同型性

[事実 1]$G_0 \simeq G_1$ であることは，次の条件を満たす全単射 $\phi : V(G_1) \to V(G_0)$ が存在することと同値である．$(\forall v \in V(G_1))[A_0(\phi(v)) = \phi(A_1(v))]$

[命題 2]2 つの Λ グラフ G_0, G_1 が $G_0 \simeq G_1$ であるための必要十分条件は $\Delta(G_0) = \Delta(G_1)$ である．

[証明] 必要条件は明らかなので十分条件のみ示す．$\Delta(G_0) = \Delta(G_1)$ であるが $G_0 \simeq G_1$ でないと仮定する．$|V(G_0)| = |V(G_1)| = n$ として，G_0, G_1 の n 個の頂点に対して以下の条件を満たすように全単射 ϕ を定める．$\phi : V(G_1) \to V(G_0)$　$\Delta(G_0) = \{\delta(u_0, G_0), ..., \delta(u_{n-1}, G_0)\}$, $\Delta(G_1) = \{\delta(v_0, G_1), ..., \delta(v_{n-1}, G_1)\}$, $\delta(u_i, G_0) = \delta(v_i, G_1), 0 \leqq i \leqq n-1, u_i = \phi(v_i), \phi^{-1}(u_i) = v_i, 0 \leqq i \leqq n-1$ とする．$G_0 \not\simeq G_1$ であるから事実 1 より，必ず $\delta(u, G_0) = \delta(v, G_1), Adj(u, G_0) \neq A_\phi(v)$ を満たす頂点 u, v が存在する．

$\delta(u, G_0) = \delta(v, G_1)$ であるから $Adj(u, G_0)$ と